

PROPORTIONNALITE

I. GRANDEURS PROPORTIONNELLES.

Définition:

Deux grandeurs sont dites proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Définition:

Un tableau est un tableau de proportionnalité si on passe d'une ligne à l'autre en multipliant (ou en divisant) par un même nombre.

Exemple : On achète des poires coûtant 3 € le kilogramme.

Quantité (kg)	0,5	1	1,5	2,5
Prix payé (€)	1,5	3	4,5	7,5

$\frac{1,5}{0,5} = \frac{3}{1} = \frac{4,5}{1,5} = \frac{7,5}{2,5} = 3$. Ce nombre constant « 3 » est le **coefficient de proportionnalité** du tableau.

II. CALCUL DE LA 4EME PROPORTIONNELLE DANS UNE SITUATION DE PROPORTIONNALITE.

a. Multiplication d'une colonne :

Dans une situation de proportionnalité, les colonnes du tableau sont elles aussi proportionnelles entre elles.

Exemple : Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Quantité (kg)	2	8
Prix payé (€)	5	20

b. Passer par l'unité. Règle de trois :

Dans une situation de proportionnalité, on peut calculer une valeur manquante en passant par l'unité : c'est la règle de trois.

Exemple : On reprend l'exemple précédent :

Quantité (kg)	2	1	8
Prix payé (€)	5	2,5	20

c. Addition d'une colonne :

Dans une situation de proportionnalité, on peut ajouter des colonnes entre elles.

Exemple :

Quantité (kg)	2	8	10
Prix payé (€)	5	20	25

d. Produit en croix :

(cette méthode sera revue plus tard, mais certains l'ont déjà étudiée)

Dans une situation de proportionnalité, on peut calculer une valeur manquante en effectuant un produit en croix.

PROPORTIONNALITE

Exemple :

2	↗ ↘	8
5	↗ ↘	<i>x</i>

Pour calculer ce nombre x , on utilise le produit en croix : « les produits des diagonales sont égaux ».

1. On calcule le produit de la diagonale connue : $8 \times 5 = 40$
2. On divise par le 3^{ème} nombre connu : $\frac{40}{2} = 20$

On retiendra : $x = \frac{8 \times 5}{2} = 20$

III. POURCENTAGES.

PROPRIETE :

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité.

Exemple : Si une tablette de chocolat contient 72 % de cacao, cela signifie que 100 grammes de chocolat contiennent 72 grammes de cacao.

a. Prendre un pourcentage :

Pour prendre « t % » d'un nombre, on le multiplie par $\frac{t}{100}$.

Exemple : Si une tablette de chocolat contient 72 % de cacao, la quantité de cacao dans 250 g de chocolat

$$\text{est : } 250 \times \frac{72}{100} = \frac{250 \times 72}{100} = \frac{\boxed{25} \times 10 \times 72}{\boxed{25} \times 4} = \frac{10 \times 72}{4} = \frac{10 \times \boxed{4} \times 18}{\boxed{4}} = 10 \times 18 = 180 \text{ g}$$

b. Calculer un pourcentage :

Calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle à 100.

Exemple : 9 élèves d'une classe de 25 sont demi-pensionnaires :

9	↗ ↘	t
25	↗ ↘	100

$$t = \frac{9 \times 100}{25} = \frac{900}{25} = 36.$$

Donc il y a 36% de demi-pensionnaires dans cette classe.

IV. MESURE DU TEMPS.

Les durées exprimées en minutes et les durées correspondantes exprimées en heures sont proportionnelles.

Durée (en h)	1	↻ ×60
Durée (en min)	60	

Exemple : Exprimer 87 min en heures :

Durée (en h)	1	<i>t</i>
Durée (en min)	60	87

$$60 \times t = 1 \times 87 \quad \text{donc} \quad t = \frac{87 \times 1}{60} = \frac{87}{60} = 1,45 \text{ h.}$$

PROPORTIONNALITE

Attention : 1,45h ne signifie pas 1 heure et 45 minutes !

V. MOUVEMENT UNIFORME.

On dit que le mouvement d'un objet est **uniforme**, lorsque les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles.

C'est le cas lorsque la vitesse de cet objet est **constante**.

Durée du trajet (en h)	
Distance parcourue (en km)	

Remarque : La **vitesse** de l'objet (exprimée en kilomètres par heure) est le **coefficient de proportionnalité** de ce tableau.

VI. ÉCHELLE.

Lorsqu'un plan est fait à une certaine **échelle**, cela signifie que les longueurs réelles l et les longueurs mesurées sur le plan l' **exprimées dans la même unité** sont proportionnelles.

Exemple : Pour un plan à l'échelle $\frac{1}{1000}$, on a $\frac{l'}{l} = \frac{1}{1000}$

Dimension réelle	1 000	
Dimension sur le plan	1	

5 cm représentés sur le plan signifient une distance réelle de : $5 \times 1\,000 = 5\,000 \text{ cm} = 50 \text{ m}$.

3 km réels sont représentés sur le plan par une distance de : $3 \times \frac{1}{1\,000} = 0,003 \text{ km} = 300 \text{ cm}$.